

Mécanique quantique I

Séance d'exercices n°10: Théorie des perturbations

1. En utilisant la théorie des perturbations au premier ordre, calculez l'énergie du n -ième état excité d'une particule de masse m , sans spin et plongée dans le potentiel

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 2L \\ \infty, & \text{sinon} \end{cases}$$

légèrement modifié par la perturbation ($\lambda \ll 1$)

$$V_p(x) = \lambda V_0 \delta(x - L)$$

2. Considérez un système ayant pour Hamiltonien

$$H = E_0 \begin{pmatrix} 1 + \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -2\lambda \\ 0 & 0 & -2\lambda & 7 \end{pmatrix}$$

avec $\lambda \ll 1$.

- (a) En décomposant cet hamiltonien sous la forme $H = H_0 + H_p$, trouvez les valeurs propres et vecteurs propres de H_0 .
- (b) Diagonalisez H pour trouver ses énergies de façon exactes et développez chaque résultat jusqu'au deuxième ordre de λ .
- (c) En utilisant la théorie des perturbations au premier et au deuxième ordre trouvez les valeurs propres de H . Trouvez également les vecteurs propres pour le premier ordre. Comparez vos résultats avec ceux obtenus en b).
3. On considère deux spins $1/2$ S_1 et S_2 couplés par une interaction de la forme $a(t)S_1 \cdot S_2$ où $a(t)$ est une fonction du temps intégrable sur l'intervalle de temps $]-\infty, \infty[$.
- (a) À $t = -\infty$, le système est dans l'état $|+, -\rangle$ (état propre de S_{1z} et S_{2z}). Calculer sans approximation l'état du système à $t = \infty$. Montrer que la probabilité $P(+ - \rightarrow - +)$ de trouver le système dans l'état $| - + \rangle$ à $t = \infty$ ne dépend que de l'intégrale $\int_{-\infty}^{\infty} a(t) dt$.
- (b) Calculer $P(+ - \rightarrow - +)$ en utilisant la théorie des perturbations dépendant du temps au premier ordre. Discuter les conditions de validité d'une telle approximation en comparant les résultats obtenus à ceux de la question précédente.