Mécanique quantique I

Séance d'exercices n°12: Révision de plusieurs notions

1. Soit un système dont l'évolution temporelle est gouvernée par l'hamiltonien

$$H_0 = |e_1\rangle \langle e_1| + 4\,|e_2\rangle \langle e_2| + 2\,|e_1\rangle \langle e_2| + 2\,|e_2\rangle \langle e_1|\,.$$

   (a) Quels sont les états stationnaires du système et les énergies associées?

   (b) Soit l'Hamiltonien perturbé

$$H_p = H_0 + \lambda H_1 \qquad\qquad H_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

   Que vaut l'énergie fondamentale corrigée au premier ordre des perturbations?

   (c) Comparez avec la valeur exacte de l'énergie de l'Hamiltonien perturbé.

2. Considérons deux particules, chacune de moment cinétique $l = 1$ et soit l'Hamiltonien

$$H = \frac{\epsilon_1}{\hbar^2}(\vec{L}_1 + \vec{L}_2)\cdot \vec{L}_2 + \frac{\epsilon_2}{\hbar^2}(\vec{L}_{1_z} + \vec{L}_{2_z})^2$$

   où ϵ_1 et ϵ_2 sont des constantes.

   (a) Quels sont les états de la base couplée qui auront un moment angulaire total carré de $2\hbar^2$? Comment s'écrivent-ils en fonction des états de la base découplée (donnez les coefficients de Clebsh-Gordan qui sont non nuls)?

   (b) Pour ces états, quels sont les niveaux d'énergie et leurs dégénérescences?

3. Soit un système composé de deux particules de spin 1/2. L'Hamiltonien du système est

$$H = \omega_1 S_{1_z} + \omega_2 S_{2_z}$$

   où ω_1 et ω_2 sont des constantes réelles. L'état initial du système est

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle + |-+\rangle)$$

   À l'instant t on mesure $S^2 = (\vec{S}_1 + \vec{S}_2)^2$. Quels résultats peut-on trouver et avec quelles probabilités?

http://quic.ulb.ac.be, zvherstr@ulb.ac.be

Aide : Coefficients de Clebsch Gordan pour $1/2 \otimes 1/2$ La première ligne représente les valeurs de j et m dans la base couplée alors que la première colonne représente les valeurs de m_s pour chaque sous-système de la base découplée.

		1 1	1 0	0 0	1 -1
$1/2$	$1/2$	1	0	0	0
$1/2$	$-1/2$	0	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	0
$-1/2$	$1/2$	0	$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	0
$-1/2$	$-1/2$	0	0	0	1