

## Mécanique quantique I

Séance d'exercices n°12: Révision de plusieurs notions

1. Soit un système dont l'évolution temporelle est gouvernée par l'hamiltonien

$$H_0 = |e_1\rangle \langle e_1| + 4 |e_2\rangle \langle e_2| + 2 |e_1\rangle \langle e_2| + 2 |e_2\rangle \langle e_1|.$$

- (a) Quels sont les états stationnaires du système et les énergies associées?  
 (b) Soit l'Hamiltonien perturbé

$$H_p = H_0 + \lambda H_1 \qquad H_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Que vaut l'énergie fondamentale corrigée au premier ordre des perturbations?

- (c) Comparez avec la valeur exacte de l'énergie de l'Hamiltonien perturbé.

2. Considérons deux particules, chacune de moment cinétique  $l = 1$  et soit l'Hamiltonien

$$H = \frac{\epsilon_1}{\hbar^2} (\vec{L}_1 + \vec{L}_2) \cdot \vec{L}_2 + \frac{\epsilon_2}{\hbar^2} (\vec{L}_{1z} + \vec{L}_{2z})^2$$

où  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  sont des constantes.

- (a) Quels sont les états de la base couplée qui auront un moment angulaire total carré de  $2\hbar^2$ ? Comment s'écrivent-ils en fonction des états de la base découplée (donnez les coefficients de Clebsch-Gordan qui sont non nuls)?  
 (b) Pour ces états, quels sont les niveaux d'énergie et leurs dégénérescences?

3. Soit un système composé de deux particules de spin  $1/2$ . L'Hamiltonien du système est

$$H = \omega_1 S_{1z} + \omega_2 S_{2z}$$

où  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont des constantes réelles. L'état initial du système est

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle + |-+\rangle)$$

À l'instant  $t$  on mesure  $S^2 = (\vec{S}_1 + \vec{S}_2)^2$ . Quels résultats peut-on trouver et avec quelles probabilités?

Aide : Coefficients de Clebsch Gordan pour  $1/2 \otimes 1/2$  La première ligne représente les valeurs de  $j$  et  $m$  dans la base couplée alors que la première colonne représente les valeurs de  $m_s$  pour chaque sous-système de la base découplée.

		1	1	0	1
		1	0	0	-1
1/2	1/2	1	0	0	0
1/2	-1/2	0	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	0
-1/2	1/2	0	$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	0
-1/2	-1/2	0	0	0	1