

## Mécanique quantique I

Séance d'exercices 1 : États liés du puits carré à trois dimensions

1. Écrire, en coordonnées sphériques, l'équation de Schrödinger stationnaire pour une particule de masse  $m$  évoluant dans le potentiel central

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & r < a \\ 0 & r > a \end{cases}$$

où  $V_0$  est positif.

2. Exprimer l'unité d'énergie en fonction des paramètres du problème. Puis, choisir les unités  $\hbar = 2m = a = 1$  et récrire l'équation de Schrödinger dans ces unités.
3. En posant  $\psi(\mathbf{r}) = r^{-1}u_l(r)Y_l^m(\Omega)$ , établir l'équation vérifiée par  $u_l(r)$ . Particulariser pour l'onde  $s$ . Dans la suite, on considèrera uniquement ce dernier cas.
4. Résoudre cette équation dans le cas  $-V_0 < E < 0$  en introduisant les variables  $\alpha = \sqrt{V_0 + E}$  et  $\epsilon = \sqrt{-E}$ . Dédurre une condition de quantification de l'énergie.
5. Par une méthode graphique utilisant la variable  $\alpha$ , discuter le nombre d'énergies liées du puits carré en fonction du paramètre  $V_0$ .
6. Déterminer et représenter schématiquement les fonctions propres radiales  $u_{n_r,0}(r)$  associées aux différents énergies  $E_{n_r,0}$  trouvées, où  $n_r$  est le nombre quantique radial. Les normer.
7. Calculer la probabilité  $P_{n_r}$  de présence de la particule *hors* du puits ( $r > a$ ).
8. Application physique : l'interaction nucléaire forte entre un proton ( $m_p = 1.672622 \cdot 10^{-27}$  kg) et un neutron ( $m_n = 1.674927 \cdot 10^{-27}$  kg) peut être modélisée par un puits carré de rayon  $a = 1.5$  fm et de profondeur  $V_0 = 59.64$  MeV.
  - (a) Pour se ramener au calcul précédent, que représentent physiquement les variables  $r$  et  $m$  dans ce cas ?
  - (b) Combien d'états liés ce système possède-t-il ?
  - (c) Déterminer numériquement les énergies de liaison.
  - (d) Calculer les probabilités  $P_{n_r}$ .