Mécanique quantique I

Séance d'exercices n°7: Composition de moments cinétiques

1. Addition de deux moments cinétiques.

   Soit $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{J}_1 + \boldsymbol{J}_2 \equiv \boldsymbol{J}_1 \otimes \mathbb{1}_2 + \mathbb{1}_1 \otimes \boldsymbol{J}_2$.

   Montrer que $\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{J} = i\hbar \boldsymbol{J}$ et $\{\boldsymbol{J}^2, J_z, \boldsymbol{J}_1^2, \boldsymbol{J}_2^2\}$ forment un ECOC .

2. Relations triangulaires.

   (a) Donner les résultats des compositions $j_1 \oplus j_2$ suivantes

      i. $1 \oplus 1$
      ii. $3/2 \oplus 5$
      iii. $3/2 \oplus 5/2$
      iv. $0 \oplus 4$
      v. $5/2 \oplus 5/2$

   (b) Les relations triangulaires j_1, j_2, j suivantes sont-elles satisfaites?

      i. 3, 5, 1
      ii. 0, 4, 4
      iii. 3/2, 3/2, 3/2
      iv. 5/2, 2, 1/2
      v. 3, 3/2, 1/2

   (c) Résoudre

      i. $7/2 \oplus 3/2 = j$
      ii. $j \oplus 3 = 2$
      iii. $7/2 \oplus j = 1$
      iv. $j \oplus 0 = 5/2$
      v. $6 \oplus j = 0$

3. Composition d'un moment cinétique orbital l et d'un spin 1/2.

   (a) Soit $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{S}$ où les opérateurs vectoriels $\boldsymbol{L}$ et $\boldsymbol{S}$ sont respectivement un moment cinétique orbital et un spin. Rechercher les états propres de l'observable $\boldsymbol{J}^2$ ("diagonaliser" $\boldsymbol{J}^2$ à partir de sa représentation dans la base des états $|lm_l\rangle \otimes |sm_s\rangle = |l\ m_l\ s\ m_s\rangle$ avec $s = 1/2$).

   (b) Établir les formules des coefficients de Clebsch-Gordan $(l\ m_l\ 1/2\ m_s|jm)$.

http://quic.ulb.ac.be, ahertz@ulb.ac.be