

## Mécanique quantique I

Séance d'exercices n°9: Composition de moments cinétiques

1. Addition de deux moments cinétiques.

Soit  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2 \equiv \mathbf{J}_1 \otimes \mathbb{1}_2 + \mathbb{1}_1 \otimes \mathbf{J}_2$ .

Montrer que  $\mathbf{J} \times \mathbf{J} = i\hbar \mathbf{J}$  et  $\{\mathbf{J}^2, J_z, \mathbf{J}_1^2, \mathbf{J}_2^2\}$  forment un ECOOC .

2. Relations triangulaires.

(a) Donner les résultats des compositions  $j_1 \oplus j_2$  suivantes

i.  $1 \oplus 1$

ii.  $3/2 \oplus 5$

iii.  $3/2 \oplus 5/2$

iv.  $0 \oplus 4$

v.  $5/2 \oplus 5/2$

(b) Les relations triangulaires  $j_1, j_2, j$  suivantes sont-elles satisfaites?

i. 3, 5, 1

ii. 0, 4, 4

iii.  $3/2, 3/2, 3/2$

iv.  $5/2, 2, 1/2$

v. 3,  $3/2, 1/2$

(c) Résoudre

i.  $7/2 \oplus 3/2 = j$

ii.  $j \oplus 3 = 2$

iii.  $7/2 \oplus j = 1$

iv.  $j \oplus 0 = 5/2$

v.  $6 \oplus j = 0$

3. Composition d'un moment cinétique orbital  $l$  et d'un spin  $1/2$ .

(a) Soit  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  où les opérateurs vectoriels  $\mathbf{L}$  et  $\mathbf{S}$  sont respectivement un moment cinétique orbital et un spin. Rechercher les états propres de l'observable  $\mathbf{J}^2$  ("diagonaliser"  $\mathbf{J}^2$  à partir de sa représentation dans la base des états  $|lm_l\rangle \otimes |sm_s\rangle$  avec  $s = 1/2$ ).

(b) Établir les formules des coefficients de Clebsch-Gordan ( $l \ 1/2 \ m_l \ m_s |jm\rangle$ ).