Mécanique quantique I

Séance d'exercices n°9: Théorie des perturbations

1. En utilisant la théorie des perturbations au premier ordre, calculez l'énergie du n-ième état excité d'une particule de masse m, sans spin et plongée dans le potentiel
$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 2L \\ \infty, & \text{sinon} \end{cases}$$
légèrement modifié par la perturbation ($\lambda \ll 1$)
$$V_p(x) = \lambda V_0 \delta(x - L)$$

2. Considérez un système ayant pour Hamiltonien
$$H = E_0 \begin{pmatrix} 1+\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -2\lambda \\ 0 & 0 & -2\lambda & 7 \end{pmatrix}$$
avec $\lambda \ll 1$.
   (a) En décomposant cet hamiltonien sous la forme $H = H_0 + H_p$, trouvez les valeurs propres et vecteurs propres de H_0.
   (b) Diagonalisez H pour trouver ses énergies de façon exactes et développez chaque résultat jusqu'au deuxième ordre de λ.
   (c) En utilisant la théorie des perturbations au premier et au deuxième ordre trouvez les valeurs propres de H. Trouvez également les vecteurs propres pour le premier ordre. Comparez vos résultats avec ceux obtenus en b).

3. On considère deux spins 1/2 S_1 et S_2 couplés par une interaction de la forme $a(t)S_1 \cdot S_2$ où $a(t)$ est une fonction du temps intégrable sur l'intervalle de temps $]-\infty, \infty[$.
   (a) À $t = -\infty$, le système est dans l'état $|+,-\rangle$ (état propre de S_{1z} et S_{2z}). Calculer sans approximation l'état du systeme à $t = \infty$. Montrer que la probabilité $P(+- \to -+)$ de trouver le système dans l'état $|-+\rangle$ à $t = \infty$ ne dépend que de l'intégrale $\int_{-\infty}^{\infty} a(t)dt$.
   (b) Calculer $P(+- \to -+)$ en utilisant la théorie des perturbations dépendant du temps au premier ordre. Discuter les conditions de validité d'une telle approximation en comparant les résultats obtenus à ceux de la question précédente.

---

http://quic.ulb.ac.be , zvherstr@ulb.ac.be